

论回旋电子与涡旋电磁波量子： 涡旋电磁波量子辐射

王哲远, 张 超*

(清华大学航天航空学院航空宇航电子系统实验室, 北京 100084)

摘 要: 回旋电子辐射涡旋电磁波量子的理论模型是量子态涡旋电磁波技术的关键. 本文为“论回旋电子与涡旋电磁波量子”的第二部分, 建立“涡旋电磁波量子辐射”相关理论模型. 电子通过能级跃迁能够辐射单个携带内禀 OAM (Orbital Angular Momentum) 的电磁波量子. 为了给出这一辐射机理, 推导了非相对论和相对论效应中电子在朗道能级的跃迁概率. 由于非相对论效应中朗道能级与内禀 OAM 模态值的线性关系, 电子无论以何种初始状态跃迁都只能辐射平面波量子. 相对论效应情况正好相反, 可以得到丰富内禀 OAM 模态值的电磁波量子. 在实际工程上, 可用特定回旋装置作为产生单个涡旋电磁波量子的辐射源; 模态选择上, 根据不同内禀 OAM 模态间具有频率差的特性, 利用虹膜嵌入式波导滤波器进行频率筛选, 同时选择出特定内禀 OAM 模态的电磁波量子. 最后分析强调了量子态和统计态涡旋电磁波的差异, 以及二者在无线传输应用时的优缺点.

关键词: 能级跃迁辐射; 涡旋电子; 内禀 OAM; 辐射概率; 相对论效应; 波导滤波器; 涡旋电磁波量子

基金项目: 国家自然科学基金 (No.61731011)

中图分类号: TN91; O562

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2024)05-1460-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20220763

The Vortex Electron and Radiated Vortex Photon of Electromagnetic Wave: Vortex Microwave Photon Radiation

WANG Zhe-yuan, ZHANG Chao*

(Laboratory of Avionics, School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The theoretical model of cyclotron electron to radiate vortex microwave photons is crucial for the technology of quantum state vortex electromagnetic wave. This paper is the second part of “The Vortex Electron and Vortex Microwave Photon” series, which establishes the theoretical model related to the “Vortex Microwave Photon Radiation”. The radiation by energy level transition of electrons can generate a single microwave photon carrying IOAM (Intrinsic Orbital Angular Momentum). Aiming to clarify this radiation mechanism, the probabilities of Landau energy level transition in non-relativistic and relativistic effects are deduced. Because of the linear relationship between the Landau energy level and the IOAM in the non-relativistic effect, the electron can only radiate the plane wave photons regardless of the initial state of the transition. It is opposed to the relativistic effect, where the microwave photon with rich IOAM modes values can be obtained. This paper also points out that in practical engineering, some cyclotron devices can be used as radiation sources. For mode selection, according to the characteristic of the frequency distinction between different IOAM modes, the iris-embedded waveguide filters can be used for frequency selection. At the same time, the microwave photons of specific IOAM modes can be selected. This paper concludes with a discussion of the quantum and statistical state vortex electromagnetic waves which reveals the corresponding pro and con in wireless communications.

Key words: energy level transition radiation; vortex electron; intrinsic OAM; radiation probability; relativity effects; waveguide filter; vortex microwave photon

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.61731011)

1 引言

具有 $\ell\hbar$ 轨道角动量 (Orbital Angular Momentum, OAM) 的电子或光子因其相位面为螺旋面, 通常被称为涡旋电子^[1]或涡旋光子^[2]. 其中 ℓ 被称为拓扑荷, 通常可认为是周期相位变化次数或 OAM 模态值, \hbar 表示约化普朗克常数. 涡旋电子已经成功应用于电子显微镜和某些磁现象研究^[3], 利用涡旋电子研制的显微镜可实现高分辨率原子或近原子磁性信息的绘制^[4,5], 也是高分辨率相差成像应用的理想选择^[6]. 涡旋电子束的应用不仅局限于衍射、光谱学和成像, 由于其 OAM 属性也可用于纳米颗粒的操纵^[7,8]. 涡旋电磁波量子在理论上可以实现无限多个 OAM 模态的正交叠加, 常用于微波频段和光学频段通信, 其中微波频段的涡旋电磁波传输已被考虑为下一代移动通信潜在关键技术^[9]. 涡旋波束可应用于粒子捕获^[2], 显微镜以及分析原子和分子的相互作用^[10,11]. 比如, 在非线性强激光场中产生的高谐波拉盖尔高斯光束可用作相干极紫外辐射源^[12].

Larmor 等人^[13]在 1897 年首次发现加速的电荷可以辐射电磁场, 1904 年 Heaviside 学者^[14]将该现象推广为电子回旋辐射理论, 到目前为止该理论已较为成熟, 并广泛应用于等离子体或加速器等物理领域^[15,16]. 2017 年, 加藤等人证明单电子的回旋运动可以产生携带不同 OAM 的电磁波, 电子回旋辐射中的 OAM 转移被首次提出^[17]. 当电子的运动速度远小于光速时, 辐射的电磁波几乎只有基波分量. 然而这种方式只能产生统计态 OAM 电磁波, 不能产生携带 OAM 的单个电磁波量子, 因为整个辐射过程仅由经典场理论计算^[18]. 只有当电子进入相对论状态, 才会辐射携带有不同 OAM 模态值的涡旋电磁波量子 (比如涡旋光子或涡旋微波量子). 单电子的回旋运动中不止发生回旋辐射, 还包含能级跃迁辐射, 这都属于单个电子运动中的自然属性^[13]. 能级跃迁辐射指的是电子在朗道能级中进行跃迁而发生的辐射, 这种辐射能直接产生单个携带 OAM 的涡旋电磁波量子. 另外还有通过控制初相的外部 OAM, 以及构成的统计态涡旋电磁波模型, 讨论将放在本系列论文的后面部分详述, 本文不再讨论.

本文主要聚焦回旋电子与能级跃迁辐射出的电磁波量子之间的轨道角动量传递模型, 给出产生涡旋电磁波量子的工程方法, 并对未来电磁波量子的传输作出展望. 不失一般性, 本文后续章节所述 OAM 均为内禀 OAM.

2 电子回旋运动中的能级跃迁辐射

电子在回旋运动的过程中, 会自发进行能级跃迁, 这个过程伴随能量的损失或增加, 并具有轨道角动量的转移. 当磁场中的回旋电子向低朗道能级跃迁时, 电子损失能量并辐射出单个电磁波量子. 然而, 相对论和非相对论效应中的轨道角动量传递情况仍有不同, 下面针对两种情况具体讨论.

2.1 非相对论电子跃迁辐射

假设电子在图 1 所示坐标系中的 xOy 平面做回旋运动, 具有电荷量 e 及质量 μ , 周围包含均匀磁场 \vec{B}_z . 考虑光速和普朗克常量满足自然单位制 $c = \hbar = 1$, 并采取库伦规范.

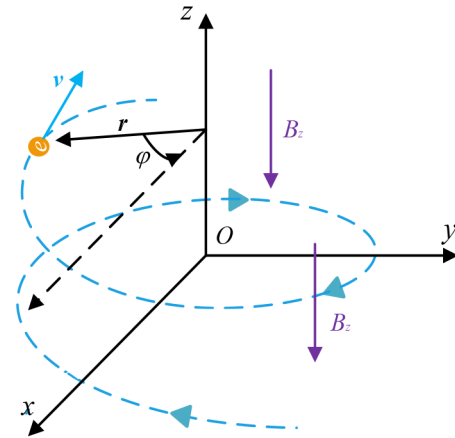


图1 恒定磁场中运动的电子

根据微扰论^[13], 定义电子的哈密顿量具有含时微扰 $\hat{H}'(t)$:

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{H}'(t) \quad (1)$$

其中, \hat{H}_0 是未受微扰并且不含时的哈密顿量; $\hat{H}'(t)$ 仅在 $t \geq 0$ 时有值. 假设微扰矢量势为 A' , 且库伦规范下满足: $\nabla \cdot A' = 0$, 此时含时微扰 $\hat{H}'(t)$ 可以表示为

$$\hat{H}'(t) = \frac{e}{\mu} A' \cdot (\hat{P} - eA) \quad (2)$$

其中, \hat{P} 为电子正则动量, 在求解“涡旋电子波包”时已经做出详细说明^[19]; eA 为电子冲量. A' 可由角频率 ω_k 和波矢 k_z 展开: $A' = a_0 n e^{-i\omega_k t} e^{-ik_z z}$. 其中, n 为方向矢量, a_0 为幅度系数, A' 在方向上与磁场 \vec{B}_z 垂直. 定义电子在朗道能级跃迁前后分别对应态 $|\psi_1\rangle = |n_\rho, m\rangle$ 和态 $|\psi_2\rangle = |n'_\rho, m'\rangle$, 且不同量子态具有正交性, 电子在能级跃迁中的不同量子态可由非相对论波函数表示^[20]:

$$\psi_{n_p, m}(\rho) = \sum \chi_{n_p, m} L_{n_p}^{|m|} \left(\frac{|e|B}{2} \rho^2 \right) \rho^m e^{im\varphi} e^{jk_z z} e^{-\frac{|e|B}{4} \rho^2} \quad (3)$$

其中, n_p 表示波函数主量子数; m 为角量子数或电子 OAM 模态值, 两种称法以下不做区分; Σ 表示自旋二分量子; $L_{n_p}^{|m|}$ 为拉盖尔高斯多项式; $\chi_{n_p, m}$ 为非相对论波函数归一化幅度, 可由量子数表示为

$$\chi_{n_p, m} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{2(|e|B/2)^{m+1} n_p!}{(m+n_p)!}} \quad (4)$$

微扰振幅可以由微扰哈密顿量 $\hat{H}'(t)$ 表示为

$$a_{12} = \frac{\langle \psi_1 | \hat{H}'(t) | \psi_2 \rangle}{E_2 - E_1} = \frac{\int \psi_1^* \hat{H}'(t) \psi_2 d\tau}{E_2 - E_1} \quad (5)$$

其中, a_{12} 表示微扰振幅; E_1 和 E_2 为跃迁前后态 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ 对应的一阶微扰能, 满足薛定谔本征方程^[20]. $d\tau$ 表示微扰哈密顿量 $\hat{H}'(t)$ 在跃迁态下对全空间积分时的体积微元. 利用式(2)展开并简化上式中的狄拉克运算符:

$$\begin{aligned} \langle \psi_1 | \hat{H}'(t) | \psi_2 \rangle &= \left\langle \psi_1 \left| \frac{ea_0}{\mu} e^{-j\omega_1 t} e^{-jk_z z} \mathbf{n} \cdot (\hat{\mathbf{p}} - eA) \right| \psi_2 \right\rangle \\ &\approx iea_0 (E_2 - E_1) e^{-j\omega_1 t} \langle \psi_1 | (r \cdot \mathbf{n}) e^{-jk_z z} | \psi_2 \rangle \end{aligned} \quad (6)$$

其中, 跃迁矩阵中电子在跃迁前后的态函数 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ 可以利用式(3)展开:

$$\langle \psi_1 | r e^{j\varphi} | \psi_2 \rangle = \frac{\chi_{n_p', m'} \chi_{n_p, m}}{\mu^{m+m'+2}} \delta_{k_z, k_z'} \int_0^\infty I(x) dx \quad (7)$$

$$= 2\pi \frac{\chi_{n_p', m'} \chi_{n_p, m}}{\mu^{m+m'+2}} \delta_{k_z, k_z'} \delta_{m-1, m'} \int_0^\infty I(x) dx$$

$$I(x) = L_{n_p}^m(x) L_{n_p'}^{m'}(x) x^{(m'+m+2)/2} e^{-x} \quad (8)$$

其中, $\delta_{m-1, m'}$ 和 $\delta_{k_z, k_z'}$ 分别表示狄拉克函数. 由于式(8)满足拉盖尔高斯的正交性^[21], 非相对论电子的主量子数在能级跃迁前后必须满足 $n_p = n_p'$, 这意味着朗道能级跃迁中主量子数不发生改变, 而只有角量子数可变. 根据狄拉克 $\delta_{m-1, m'}$ 函数性质, 当且仅当 $m-1 = m'$ 时, 跃迁矩阵元素积分为 0. 非相对论状态下只有跃迁前后的量子态满足角量子数变化恒为 1 时, 电子能级跃迁才会发生, 根据角动量守恒, 此时辐射出的电磁波量子具有总角动量为 1, 由于无论何时电磁波光子的自旋角动量 (Spin Angular Momentum, SAM) 获取优先级都要高于 OAM, 总角动量中显然只包含 SAM 值为 1. 这也说明非相对论电子无论以何种初始量子态进行跃迁, 无论 SAM 状态如何, 都只会发生相邻朗道能级的跃迁, 并辐射 OAM 为 0 的平面电磁波量子, 这也符合非相对论的选择定则关系. 根据文献[20]给出的能级 E_{NR} 表达式(9), 可以用图 2 表示非相对论朗道能级, 其中 $E_{m=0}$ 为

跃迁前电子的初始能级. 可以看到非相对论能级跃迁中的能量变化只能是线性的且等距的, 这导致电子辐射出电磁波量子仅携带 SAM 而不包含 OAM.

$$E_{NR} = \frac{B|e|}{\mu} (2n_p + m + |m| + 2s + 1) + \frac{k_z^2}{2\mu} \quad (9)$$

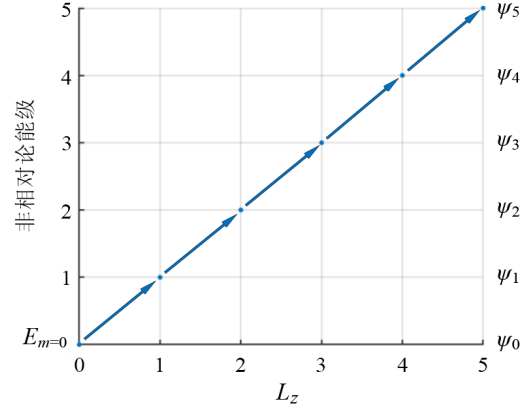


图2 非相对论朗道能级与 OAM 的关系

2.2 相对论电子跃迁辐射

相对论电子辐射情况有所不同, 这是由相对论能级的不等距, 非线性造成的. 相对论电子波函数和朗道能级在“涡旋电子波包”部分中已经给出^[19]:

$$\begin{aligned} \psi_+ &= R(\rho) e^{im\varphi} e^{jk_z z} e^{-iEt} \cdot u_\mu \\ &= e^{im\varphi} e^{jk_z z} e^{-jEt} e^{-r^2/2} \begin{bmatrix} r^{|m|} L_{n_p}^{|m|}(r^2) \begin{bmatrix} E+\mu \\ 0 \\ k_z \\ 0 \end{bmatrix} \\ +i\sqrt{2} e^{j\varphi} r^{|m|+1} L_{n_p}^{|m|+1}(r^2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sqrt{B|e|} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

$$E_R = \sqrt{k_z^2 + \mu^2 + B|e|} (2n_p + m + |m| + 2s + 1) \quad (11)$$

其中, k_z 为电子轴向波数; s 为电子的 SAM 模态值; $r = \sqrt{|e|B/2} \rho$. 上述波函数对应 SAM 取 $s = +1/2$ 的情况, SAM 为 $s = -1/2$ 的计算方法和结果与之相同, 本文不再赘述. 利用 2.1 节中同样方法 (只关注跃迁振幅中的部分跃迁矩阵元素, 这将直接决定跃迁振幅是否为 0), 跃迁矩阵元表示为

$$\langle \psi_{1,+} | \hat{H}'(t) | \psi_{2,+} \rangle = \int \psi_{1,+}^\dagger \beta \gamma^\mu \psi_{2,+} eA' d\tau \quad (12)$$

其中, γ^μ 为狄拉克四维矩阵, $\gamma^\mu = (\beta, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$; 具体表示为

$$A' = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 \omega_k}} J_\ell(k_\perp r) e^{j(k_z z + \omega_k t + \ell\varphi)} + \text{H.c.} \quad (13)$$

其中, $J_\ell(k_\perp r)$ 表示贝塞尔函数; ℓ 是微波量子的 OAM 模态值; H.c. 为前一项的厄密共轭; \perp 表示垂直传播方向分量, 并满足总波数 $k^2 = k_\perp^2 + k_z^2$. 利用狄拉克矩阵的转换关系:

$$\begin{aligned} \gamma' &= \alpha_1 \cos \varphi + \alpha_2 \sin \varphi \\ \gamma'' &= -\alpha_1 \sin \varphi + \alpha_2 \cos \varphi \end{aligned} \quad (14)$$

计算式(12), 得到跃迁矩阵元素:

$$\langle \psi_{1,+} | \hat{H}'(t) | \psi_{2,+} \rangle = a_{12} F_{\ell \pm 1}(r) E(t) \phi(\varphi) \delta_{k_z+k_\perp, k'_z} \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned} a_{12} &= (E_{1,+} E_{2,+} + k_z k'_z, 2B |e|) / \sqrt{4\pi^2 \omega_k} \\ E(t) &= \int e^{j(E_1^{(R)} - E_2^{(R)} - \hbar\omega_k)t} dt = \delta(E_1^{(R)} - E_2^{(R)} - \hbar\omega_k) \quad (16) \\ \phi(\varphi) &= \int e^{j(m' - m + \ell)\varphi} (\cos \varphi + \sin \varphi) d\varphi = 2\pi \delta_{m-m', \ell \pm 1} \end{aligned}$$

其中, $E_1^{(R)}$ 和 $E_2^{(R)}$ 表示不同量子态对应的能量; $\delta(\cdot)$ 为单位脉冲函数; 由于狄拉克算符 $\delta_{m-m', \ell \pm 1}$, 当且仅当角量子数和 OAM 模态值满足 $m - m' = \ell \pm 1$ 时微扰矩阵不为 0. 根据能量守恒, $(m - m') > 0$ 电子将辐射电磁波量子, 但是必须满足 $(m - m') > 1$, 辐射的电磁波量子才能携带不为 0 的 OAM; $(m - m') < 0$ 为吸收过程, 由于朗道能级巨大的简并度, 吸收电磁波量子的结果表现为朗道能级中电子角量子数和自旋量子数的增加, 此过程与辐射过程互逆, 以下只讨论电子的辐射过程. 式(16)中的 $F_{\ell \pm 1}(r)$ 由拉盖尔高斯多项式和贝塞尔函数展开为

$$F_{\ell \pm 1}(r) = \begin{bmatrix} \int e^{-\tilde{r}^2} \tilde{r}^{m+m'} L_{n_p}^m(\tilde{r}^2) L_{n_p'}^{m'}(\tilde{r}^2) J_\ell(k_\perp r) \tilde{r} d\tilde{r}, \\ \int e^{-\tilde{r}^2} \tilde{r}^{m+m'+2} L_{n_p}^{m+1}(\tilde{r}^2) L_{n_p'}^{m'+1}(\tilde{r}^2) J_\ell(k_\perp r) \tilde{r} d\tilde{r} \end{bmatrix} \quad (17)$$

由于拉盖尔高斯多项式具有正交特性^[21], 为了使能级跃迁发生, 主量子数必须满足 $n_p = n_p'$, 电子在辐射过程中将只改变角量子数. 这部分改变值对应电子 OAM 的模态变化, $\Delta m = m - m'$, Δm 即为电子内禀 OAM 的减小值, 电子波函数幅值相应减小, 整个物理过程表现为电子在振动过程中, 电子场能量减小, 并随之辐射出单个电磁波量子, 这表明辐射单个量子的横向尺寸是有限的^[22], 且与电子场的振动有关. 辐射出的电磁波量子获得 SAM 模态绝对值为 1, 内禀 OAM 模态值为 $\ell = m - m' - 1$.

在 2.1 节中提到, 非相对论电子朗道能级是线性的, 电子只能辐射平面电磁波量子. 式(11)为相对论朗道能级, 在角量子数发生变化时, 相对论电子能级跃迁是非线性的且非等距的. 在这种情况下, 相对论电子将有可能辐射携带高阶 OAM 模态值的电磁波量子. 相对论电子朗道能级跃迁辐射概率可以由跃迁振幅的平方表示, 并且对于辐射不同自旋态的电磁波量子, 辐射概

率略有不同, 如图 3 所示.

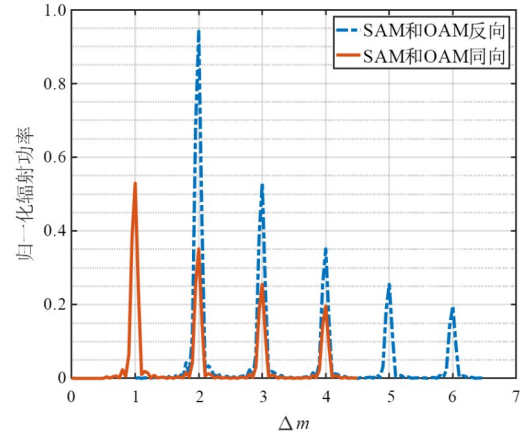


图3 归一化辐射功率与 Δm 的关系

可以看到, 磁场中回旋运动的电子进入相对论领域后, 能自发地辐射丰富 OAM 模态值的电磁波量子. 根据能量守恒, 电子角量子数必须满足 $m - m' = \Delta m > 0$, 对于 SAM 和 OAM 同向和反向的情况, 辐射电磁波量子概率还将具有不同结果. 需要注意, 当 SAM 和 OAM 反向时, 电磁波量子的 OAM 模态值必须大于 1 才能满足上述守恒, 这也意味着在这种情况下电磁波量子的 OAM 模态值最小应为 2. 另外, 朗道能级跃迁前后电子能量差应为辐射单个电磁波量子能量, 即: $E_1^{(0)} - E_2^{(0)} = \hbar\omega_k$, 这部分能量可通过式(11)进行计算. 为了清晰展示能量差, 对朗道能级作泰勒展开:

$$E = E_{m=0} + \frac{Be}{E_{m=0}} m + o(m=0) \quad (18)$$

$$E_{m=0} = \sqrt{k^2 + \mu^2 + B} |e| (2n_p + 2s + 1) \quad (19)$$

其中, 式(18)的最后一项 $o(m=0)$ 表示为能级展开的高阶无穷小项, 两次能级的差值可由单个电磁波量子能量表示为

$$E_m - E_{m'} = \frac{Be}{E_{m=0}} (\ell \pm 1) = \hbar\omega_k \quad (20)$$

根据产生电磁波量子具有的不同 SAM, 可以计算其模态值与磁场的关系, 如图 4 和图 5 所示. 可看到当实际磁场为变量时, 将辐射大量携带不同 OAM 模态值且不同频率的电磁波量子, 实际工程中需要对这些模态值进行筛选, 在下一节中将给出详细的模态选择方法. 另外, 为使相同模态的量子同频, 需要尽量将外加磁场的磁位形(沿传播轴的磁场分布)保持在一个很小的波动范围内. 本文中所规定 SAM 的正负取值仅表示与 OAM 方向的异同, 并不是特定值, 当电子的运动方向与图 1 所示相反时, 这些设定也是同样有效的.

相同 OAM 模态值和磁场值的电磁波量子在不同

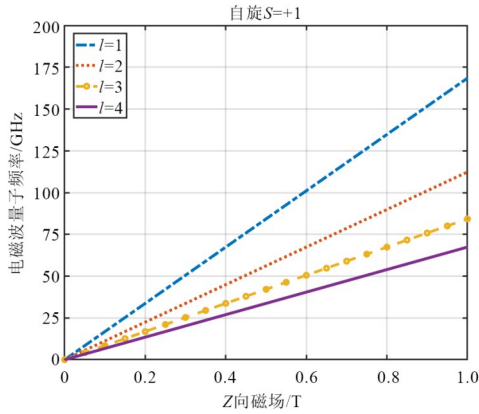


图4 不同OAM模式数对应的辐射电磁波量子频率与磁场的关系 (SAM和OAM同向)

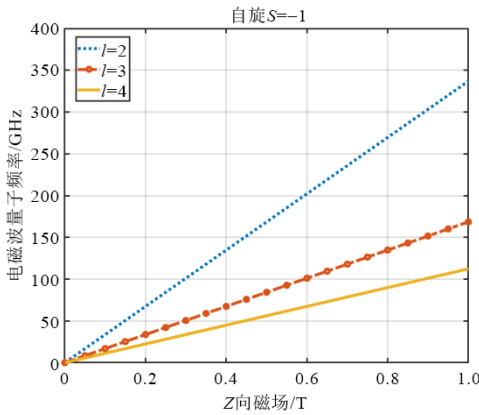


图5 不同OAM模式数对应的辐射电磁波量子频率与磁场的关系 (SAM和OAM反向)

SAM状态下的频率不同,这是由于OAM新选择定则 $m - m' = \ell \pm 1$ 造成的,产生的电磁波量子若具有和OAM反向的SAM,必须使电子波包在运动过程中跃迁更低能级,损失更大能量。

3 辐射电磁波的筛选

前一节介绍了电子在回旋运动过程中的能级跃迁辐射模型,这种辐射能够产生单个携带OAM的电磁波量子,并可构成量子态OAM电磁波束^[23-26]。除此之外,磁场中运动的电子还将发生回旋辐射,并产生基频的统计态OAM电磁波束^[25]。为了在这两种电子的辐射中将特定模式的量子态OAM电磁波筛选出来,本节提出两种可行方法,选择出特定波束和模式的OAM电磁波。

已有文献证明^[27],波导器件可对统计态OAM电磁波进行波束赋形。一般圆波导或谐振腔中只能传播单一的横电波或横磁波,以横电波为例,其工作模式通常表示为 TE_{mn} ,下标 m 表示圆波导中电磁场的角向相位变化次数,在柱坐标系 (ρ, φ, z) 中这样的场可以表示为

$$E_{\rho} = jE_0 \frac{m}{\kappa\rho} J_m(\kappa\rho) e^{im\varphi} e^{jk_z z} e^{j\omega t} \quad (21)$$

$$E_{\varphi} = E_0 J'_m(\kappa\rho) e^{im\varphi} e^{jk_z z} e^{-j\omega t}$$

其中, E_0 表示电场幅度; κ 为波导中电磁波横向波数; ρ 为波导半径。波导中电磁波束总角动量数为 m ,整个波面的相位方向与 m 的正负值有关,波束OAM模态值满足 $\ell = m - 1$,因为电磁波SAM模态值为1。这揭示了波导模式的选择特性:工作模式 TE_{0n} 中完全不含SAM和OAM;工作模式为 TE_{1n} 时仅包含SAM模态值为1;若想产生OAM模态值不为0的统计态波束,必须满足波导模式 TE_{mn} 中 $m \geq 2$ 。可以通过这样的原理对统计态OAM电磁波进行滤波,无论产生过程如何,只需要选择合适的辐射波导模式转换器件,例如将辐射波导工作模式固定为 TE_{0n} 或 TE_{1n} 模式,即可将统计态OAM电磁波赋形为平面电磁波。由于单个电磁波量子的轨道角动量不受外场影响的特性,这种方法只会过滤统计态OAM波束,不会影响量子态OAM电磁波。

2.2节中表明,电子能级跃迁辐射的量子态OAM电磁波易受磁场影响而具有丰富频率,这需要保证电子所处磁场尽量为匀强磁场,或磁位形中均匀区磁场占比尽量大。如图4和图5所示,在相同磁场下,电子可以按照一定的概率辐射不同OAM模态值的电磁波,其频率也不相同。然而不同模态间频率相差较大,可以利用一些波导滤波器件对其进行模态选择,例如一种嵌入虹膜的圆形波导结构^[28]。这种波导器件目前具有较为成熟的设计技术,其结构和原理简单,易于加工,并且还有插入损耗小的特点,在电磁波传输系统中已经广泛应用^[28],可以使其作为频率操控器件实现特定OAM模态的选择。

这种波导基本结构如图6所示,整个圆波导和虹膜均为金属材料,电磁波可通过圆波导任意一端输入,从另一端输出,实现频率筛选,虹膜的作用是在圆波导内产生传输零点位置。通过嵌入金属虹膜,使得原先的波导被分为多个腔室,电磁波在这种腔室的传输特性和在谐振腔中几乎相同。当有电磁波通过相邻腔室时,应具有相同的谐振响应,也会形成一定的相位差,导致电磁波在传输中出现干涉相消的情况,实现滤波效果。但由于腔体参数不同,每个腔室的谐振频率也不同,将使得这种器件可以对一定带宽内的电磁波滤波。

在圆波导尺寸确定的情况下,波导模式 TE_{mn} 的截止频率可以表示为

$$f_c = \frac{c\mu'_{mn}}{2\pi b} \quad (22)$$

其中, c 为光速; μ'_{mn} 为贝塞尔函数的导数根; b 表示圆波导半径,滤波器所选工作模式的频率须高于其截止频率 f_c 。假设嵌入虹膜后形成封闭腔体,可以等效为谐振

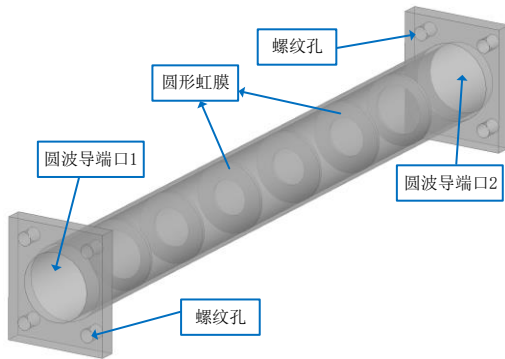


图6 圆波导滤波器基本结构

腔计算其工作中心频率^[29]:

$$f_{mnl} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{\mu'_{mn}}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \quad (23)$$

其中, μ_r 和 ϵ_r 分别为金属的相对磁导率和相对介电常数; d 为腔室长度; l 是沿圆柱轴的模指数. 显然在考虑等效封闭问题时, 谐振频率是唯一确定的, 为计算实际开放腔的情况, 并精确求解滤波器的工作频带, 需将上述计算得到的初始参数关系输入到电磁仿真软件 HFSS 或 CST 中优化, 即可快速得到满足要求的波导滤波器. 文献[30]证明, 虹膜厚度减小将导致其整个频带的向下偏移, 在考虑加工难度前提下, 可为快速优化滤波器提供一定帮助.

总之, 在选择圆波导工作模式时可以考虑其 TE_{mn} 中 $m < 2$ 的模式, 将统计态 OAM 电磁波赋形为平面电磁波. 同时接入一种虹膜嵌入波导作为频率筛选装置, 衰减得到特定工作频带时, 也将特定 OAM 模式的电磁波量子选择出来. 值得注意的是, 利用统计态电磁波易被赋形的特点, 筛选出来的 OAM 电磁波量子可以再次通过一些赋形器件, 将 OAM 电磁波量子构成波束的波前赋形为螺旋状, 从而形成统计态 OAM 电磁波束.

4 电磁波量子传输讨论

4.1 统计态 OAM 电磁波

大量不携带内禀 OAM 的平面电磁波量子可构成统计态 OAM 电磁波, 即具有螺旋相位面的涡旋波束, 可用于点对点波束传输, 主要利用电磁波量子的外部 OAM. 其理论发展较早且具有成熟的技术^[31]. 产生方法通常都利用统计态 OAM 专用天线, 例如螺旋反射面天线、螺旋相位板、液晶 Q 板或衍射光栅等特殊光学器件等^[32]; 除此以外, 还可以用阵列天线, 例如传统 UCA (Uniform Circular Array) 等特殊阵列排布天线^[33]. 统计态 OAM 电磁波的接收方式主要是对电磁波波束进行相位检测, 可分为全相位面共轴接收和部分相位面接收^[34], 同样以天线作为主要检测器件.

统计态 OAM 电磁波技术的优势是具有成熟的支撑理论和工业化制造方法, 已经广泛尝试应用于各种通信和雷达领域^[9]. 然而无论何种技术途径, 其产生和接收方法仍旧依靠天线进行, 即与电磁波电场强度紧耦合, 无法形成传统多天线 (Multiple Input Multiple Output, MIMO) 传输以外的独立新维度和新的更大的容量界^[23]. 众所周知, 现有电磁波资源仅仅开发了电磁波的电场强度 (极化为电场强度的方向), 且电场强度信号形成的各个资源域开发已经面临极限, 亟待研究新维度传输方法, 继续提升系统传输容量和性能. 此时以内禀 OAM 为基础的量子态 OAM 涡旋电磁波传输逐渐进入人们的视野.

另外, 统计态 OAM 涡旋波束还极易被一些波束赋形的方式改变其涡旋态, 例如上述提到的一些波导结构和光学相位器件^[27,33], 或者在传输的过程中由于反射和散射等改变螺旋相位面, 从而影响对涡旋电磁波的操纵和工程应用. 目前统计态涡旋波束仍局限于点对点无线传输^[23].

4.2 量子态 OAM 电磁波

量子态 OAM 电磁波由大量携带内禀 OAM 的涡旋电磁波量子构成, 由于微波频段的单个电磁波量子能量远小于光学频段量子, 对比统计态 OAM 波束其发展和研究相对滞后, 研究难度也更大, 主要体现在理论模型的缺失和对应工程原理样机制造难度高. 电子的能级跃迁是电子最自然的辐射方式^[13,23-25], 并且是产生单个携带 OAM 电磁波量子的有效途径. 本文聚焦于这样的产生途径, 实现量子态 OAM 电磁波的操纵. 量子态 OAM 电磁波的产生和接收均不能通过传统天线实现, 必须使用专用的产生和接收装置. 在产生方面, 回旋加速器具有完备的高能电子枪和电磁波耦合场所, 可产生高速回旋运动的电子, 发生能级跃迁并辐射 OAM 量子, 这种装置能作为产生单个携带 OAM 电磁波量子的强大能量源, 且这种器件已经有几十年的工程应用经验, 制造技术都较为成熟, 易于产业化^[35]. 在接收方面, 可以采用和发射端互易的结构装置, 利用相对论电子对 OAM 电磁波量子的吸收特性, 将 OAM 转移至电子并形成涡旋电子, 然后涡旋电子通过单晶或多晶结构发生衍射^[36], 根据不同 OAM 模态在检测屏形成不同图案进行 OAM 分析和识别. 当然, 也可以通过涡旋电子分选装置进行解复用^[26,37].

信道容量是衡量传输系统的决定性指标, 量子态 OAM 电磁波的传输信道容量可以突破传统多天线 MIMO 的信道容量上界^[23-25]. 这都取决于量子态 OAM 电磁波具有的特殊优势: 其一, 由于构成电磁波的单个电磁波量子都具有 OAM, 以及电磁波量子波包传输的稳定性 (只有通过介质才会色散), 其传输不存在统计

态涡旋波束那样的长距离波束发散问题,且不受各种赋形方式影响;其二,单个电磁波量子携带的内禀 OAM 与统计态电磁波束的外部 OAM 彼此独立,并不影响传统多天线 MIMO 传输时电场强度信号形成的各个资源域,能体现 OAM 无线传输独立新维度特点,是解决无线传输信道容量危机的绝佳途径。

量子态 OAM 电磁波的产生和接收装置也具有缺点,比如产生电磁波量子的回旋器件往往具有较大的体型,并且需要较为庞大和沉重的电源及磁体,如何将其小型化也是必须考虑和正在研究的问题。总之,在未来通信场景或高分辨率粒子成像等领域,量子态 OAM 电磁波传输技术和探测技术都极具应用前景,成为无线通信和雷达探测革命的关键技术。

5 总结

电子回旋运动过程中,将在朗道能级上发生自然的能级跃迁。若电子向低能级跃迁,其内禀 OAM 减小,电子场的振幅随之减小,电子波在振动过程中辐射出单个电磁波量子,二者 OAM 模态恰好满足关系: $m - m' = \ell \pm 1$; 电子向高能级跃迁的过程正好与之相反,并表现为电子波对电磁波量子的吸收。本文详细推导了能级跃迁的整个辐射模型,根据电子跃迁前后的能级差,得到电磁波量子的频率与模态的公式。同时发现,磁场对于电磁波量子的频率有线性影响,在实际工程中必须使电子尽量处于磁体的恒磁场区,或均匀区磁场尽可能长以保证产生的电磁波量子同频。此外,理论表明不同 OAM 模态也会导致电磁波量子具有不同频率,但是在同一磁场下相差较大,可以利用这一特征实现 OAM 模态选择。文章的最后,给出量子态 OAM 电磁波提取方法:首先根据统计态 OAM 波束易被赋形的特性,选取波导工作模式为 TE_{0n} 或 TE_{1n} 即可过滤;再利用一种嵌入虹膜的圆波导滤波结构进行频率筛选,根据需要选出特定 OAM 模态电磁波量子,这对于量子态涡旋电磁波传输技术具有设计和工程指导意义。

在本文中,经过分析还得到一个特殊结论,即电磁波量子的横向尺度应是有限的,并且与单个电子波的振动场有关。由此,单个量子的 OAM 和波束的 OAM 也应该加以区分,单个量子具有的 OAM 是量子波包本质的属性,称之为内禀 OAM,携带内禀 OAM 的量子构成量子态 OAM 电磁波;而通过大量电磁波量子构成螺旋相位面波束,则利用了电磁波量子的外部 OAM,按统计物理的相关定义分析^[38],这样的波束称为统计态 OAM 电磁波,这二者无论在数学形式上还是应用上,都具有显著区别。相关应用前景本文在第 4 节中已经详细讨论,然而却尚未给出对应的数学模型,这一问题将在系列论文的“内禀和外部轨道角动量”部分中进行详细推

导和讨论。

参考文献

- [1] BLIOKH K Y, IVANOV I P, GUZZINATI G, et al. Theory and applications of free-electron vortex states[J]. Physics Reports, 2017, 690: 1-70.
- [2] PADGETT M, BOWMAN R. Tweezers with a twist[J]. Nature Photonics, 2011, 5: 343-348.
- [3] LLOYD S M, BABIKER M, THIRUNAVUKKARASU G, et al. Electron vortices: Beams with orbital angular momentum[J]. Reviews of Modern Physics, 2017, 89(3): 035004.
- [4] LAROCQUE H, KAMINER I, GRILLO V, et al. Twisted' electrons[J]. Contemporary Physics, 2018, 59(2): 126-144.
- [5] RUSZ J, BHOWMICK S, ERIKSSON M, et al. Scattering of electron vortex beams on a magnetic crystal: Towards atomic-resolution magnetic measurements[J]. Physical Review B, 2014, 89(13): 134428.
- [6] JESACHER A, FÜRHPATER S, BERNET S, et al. Shadow effects in spiral phase contrast microscopy[J]. Physical Review Letters, 2005, 94(23): 233902.
- [7] GNANAVEL T, YUAN J, BABIKER M. Observation of gold nanoparticles movements under sub-10 nm vortex electron beams in an aberration corrected TEM[C]//Proceedings of the European Microscopy Congress. Oxford: Elsevier, 2012: 1-5.
- [8] VERBEECK J, TIAN H, VAN TENDELOO G. How to manipulate nanoparticles with an electron beam? [J]. Advanced Materials, 2013, 25(8): 1114-1117.
- [9] ZHANG Z Q, XIAO Y, MA Z, et al. 6G wireless networks: Vision, requirements, architecture, and key technologies[J]. IEEE Vehicular Technology Magazine, 2019, 14(3): 28-41.
- [10] FÜRHPATER S, JESACHER A, BERNET S, et al. Spiral interferometry[J]. Optics Letters, 2005, 30(15): 1953-1955.
- [11] SCHOLZ-MARGGRAF H M, FRITZSCHE S, SERBO V G, et al. Absorption of twisted light by hydrogenlike atoms[J]. Physical Review A, 2014, 90: 013425.
- [12] FERRAY M, L'HUILLIER A, LI X F, et al. Multiple-harmonic conversion of 1064 nm radiation in rare gases[J]. Journal of Physics B Atomic Molecular Physics, 1988, 21(3): L31-L35.
- [13] LARMOR J. A dynamical theory of the electric and luminiferous medium. part III. relations with material media

- [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 1897, 190: 205-300, 493.
- [14] HEAVISIDE O. The Radiation from an Electron describing a Circular Orbit[J]. *Nature*, 1904, 69: 293-294.
- [15] TAKAKURA T. Theory of solar bursts[J]. *Solar Physics*, 1967, 1(3): 304-353.
- [16] SCHWINGER J. On the classical radiation of accelerated electrons[J]. *Physical Review*, 1949, 75(12): 1912-1925.
- [17] KATOH M, FUJIMOTO M, KAWAGUCHI H, et al. Angular momentum of twisted radiation from an electron in spiral motion[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(9): 094801.
- [18] 郭硕鸿. 电动力学[M]. 第3版. 北京: 高等教育出版社, 2008.
GUO S H. *Electrodynamics*[M]. 3rd Edition. Beijing: Higher Education Press, 2008. (in Chinese)
- [19] 王哲远, 张超. 论回旋电子与涡旋电磁波量子: 涡旋电子波包[J]. *电子学报*, 2024, 52(2): 414-420.
WANG Z Y, ZHANG C. The vortex electron and vortex microwave photon: Vortex electron wave packet[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2024, 52(2): 414-420. (in Chinese)
- [20] 陈军锋, 邓劲松, 徐毅, 等. 回旋辐射的半经典量子理论[J]. *中国科学 (A辑)*, 1997, 27(8): 731-744.
CHEN J F, DENG J S, XU Y, et al. Semiclassical quantum theory of cyclotron radiation[J]. *Science in China, Ser.A*, 1997, 27(8): 731-744. (in Chinese)
- [21] BAYIN S. *Laguerre Polynomials*[M]. New York: John Wiley & Sons, 2018.
- [22] WEIDNER H. The size and energy loss of a wave packet[EB/OL]. (2014)[2022]. https://www.researchgate.net/publication/265013965_The_Size_and_Energy_Loss_of_a_Wave_Packet.
- [23] 张超, 王元赫. 论涡旋电磁波轨道角动量传输新维度[J]. *通信学报*, 2022, 43(6): 211-222.
ZHANG C, WANG Y H. New dimension in vortex electro-magnetic wave transmission with orbital angular momentum[J]. *Journal on Communications*, 2022, 43(6): 211-222. (in Chinese)
- [24] 张超, 王元赫, 姜学峰. 涡旋微波量子雷达[J]. *雷达学报*, 2021, 10(5): 749-759.
ZHANG C, WANG Y H, JIANG X F. Quantum radar with vortex microwave photons[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(5): 749-759. (in Chinese)
- [25] 张超, 王元赫. 涡旋电磁波轨道角动量传输的量子电动力学分析[J]. *中国科学 (信息科学)*, 2023, 53(3): 566-584.
ZHANG C, WANG Y H. Quantum electro-dynamics analysis of vortex electro-magnetic wave transmission with orbital angular momentum[J]. *Scientia Sinica (Informationis)*, 2023, 53(3): 566-584. (in Chinese)
- [26] ZHANG C, JIANG X F, WANG Z Y, et al. Orbital angular momentum detection device for vortex microwave photons[J]. *Communications Engineering*, 2023, 2: 11.
- [27] SAWANT A, CHOE M S, THUMM M, et al. Orbital angular momentum (OAM) of rotating modes driven by electrons in electron cyclotron masers[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 3372.
- [28] SNYDER R V, MORTAZAWI A, HUNTER I, et al. Present and future trends in filters and multiplexers[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2015, 63(10): 3324-3360.
- [29] CAMERON R J, KUDSIA C M, MANSOUR R R. *Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design and Applications*[M]. New York: John Wiley&Sons, 2018.
- [30] 巩飞, 杨中婕, 郭鸿浩. 类椭圆型虹膜波导带阻滤波器设计[J]. *功能材料与器件学报*, 2019, 25(1): 7-11.
GONG F, YANG Z J, GUO H H. Design of pseudo-elliptic irises waveguide bandstop filter[J]. *Journal of Functional Materials and Devices*, 2019, 25(1): 7-11. (in Chinese)
- [31] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review. A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [32] THIDÉ B, THEN H, SJÖHOLM J, et al. Utilization of photon orbital angular momentum in the low-frequency radio domain[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(8): 087701.
- [33] 马路. 电磁波轨道角动量长距离传输方法研究[D]. 北京: 清华大学, 2017.
MA L. *Research on the Method of Long-Distance Transmission of Electro-Magnetic Waves with Orbital Angular Momentum*[D]. Beijing: Tsinghua University, 2017. (in Chinese)
- [34] ZHANG C, CHEN D, JIANG X F. RCS diversity of electromagnetic wave carrying orbital angular momentum[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 15412.
- [35] 常少杰, 吴振华, 黄杰, 等. 真空电子太赫兹器件研究进展[J]. *红外与毫米波学报*, 2022, 41(1): 85-102.
CHANG S J, WU Z H, HUANG J, et al. The research progress of vacuum electron device in terahertz band[J].

Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2022, 41(1): 85-102. (in Chinese)

- [36] ZHANG C, XU P F, JIANG X F. Detecting superposed orbital angular momentum states in the magnetic field by the crystal diffraction[J]. The European Physical Journal Plus, 2021, 136(1): 60.
- [37] GRILLO V, TAVABI A H, VENTURI F, et al. Measuring the orbital angular momentum spectrum of an electron beam[J]. Nature Communications, 2017, 8: 15536.
- [38] KHINCHIN A I. Mathematical foundations of Statistical Mechanics[M]. New York: Dover Publications, 1949.

作者简介



王哲远 男,1995年出生,山西临汾人.清华大学航天航空学院在读博士生.研究方向为电磁波轨道角动量传输与探测、涡旋微波量子.



张超 男,1978年出生,陕西城固人.清华大学航天航空学院教授、博士生导师.2005年获清华大学工学博士学位,2006年获日本国家信息学研究所(NII)信息学博士学位.IET会士(IET Fellow)、IEEE高级会员、IEICE高级会员.主要研究方向为涡旋电磁波轨道角动量传输与探测、涡旋微波量子、航空宇航电子系统.

E-mail: zhangchao@tsinghua.edu.cn